

Министерство образования Российской Федерации
Российский химико-технологический университет
им. Д.И. Менделеева

Т.Н. ГАРТМАН, В.Н. КАЛИНКИН, Л.И. АРТЕМЬЕВА

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Под общей редакцией д-ра т.н. Т.Н. Гартмана

Москва, 2002

Рецензенты:

профессор, доктор технических наук Софиев А.Э.
Московский государственный университет инженерной экологии

профессор, доктор технических наук Глебов М.Б.
Российский химико-технологический университет им. Д.И. Менделеева

УДК 66.011.001.57(075)**Гартман Т.Н., Калинин В.Н., Артемьева Л.И.**

Компьютерное моделирование простых гидравлических систем /
Под общей редакцией д-ра техн. наук Т.Н. Гартмана.-М.:РХТУ
им. Д.И. Менделеева, 2002.- 40 с.

В учебном пособии на примере простых гидравлических систем представлена методология компьютерного (математического) моделирования статических и динамических режимов химических производств. Приведен эффективный способ выбора оптимальных алгоритмов расчета, базирующийся на использовании стандартных методов вычислительной математики. Методология компьютерного моделирования проиллюстрирована на примере конкретной гидравлической системы.

ISBN

© Гартман Т.Н., Калинин В.Н., Артемьева Л.И., 2002
© РХТУ им. Д.И.Менделеева, 2002

СОДЕРЖАНИЕ

| | стр. |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|
| ВВЕДЕНИЕ | 4 |
| Раздел 1. ХАРАКТЕРИСТИКА ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ | 5 |
| Раздел 2. ПОСТРОЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ | 7 |
| 2.1. Изучение теории процесса | 8 |
| 2.2. Построение системы уравнений математического описания (МО) | 10 |
| 2.3. Выбор моделирующего алгоритма (МА) | 11 |
| Раздел 3. ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ | 24 |
| 3.1. Выбор алгоритма расчета динамики простой гидравлической системы с использованием информационной матрицы уравнений математического описания (МО) | 27 |
| КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ | 34 |
| ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ | 39 |
| ЛИТЕРАТУРА | 40 |

ВВЕДЕНИЕ

В учебном пособии на примере простых гидравлических систем рассмотрены основные принципы построения компьютерных (математических) моделей химико-технологических процессов [1].

Предлагается современная методика решения на компьютерах систем уравнений математического описания, описывающих реальные процессы в стационарном и нестационарном состояниях. В основу ее положен метод математической декомпозиции и использование стандартных вычислительных процедур для решения типовых расчетных задач, связанных с решениями конечных уравнений (линейных и нелинейных) и обыкновенных дифференциальных уравнений. Для выбора оптимальных алгоритмов расчетов и их графического представления предлагается использовать информационные матрицы систем уравнений математического описания и специальную систему обозначений вычислительных и алгоритмических блоков, соответствующую общепринятым стандартам.

Рассматриваются задачи анализа параметрической чувствительности компьютерных моделей, получения статических и динамических характеристик объектов и обсуждается их важность при моделировании реальных процессов.

Пособие включает 3 раздела.

В первом разделе "Характеристика простых гидравлических систем и компьютерное моделирование" приводятся основные допущения, касающиеся простых гидравлических систем, и представлены этапы построения их математических моделей.

Второй раздел "Построение статических моделей простых гидравлических систем" и **третий раздел** "Построение динамических моделей простых гидравлических систем" посвящен детальному описанию процедуры разработки компьютерных (математических) моделей процессов в стационарном и нестационарном состояниях на примере простых гидравлических систем.

Приведены примеры решения конкретных задач компьютерного моделирования простых гидравлических систем, а также сформулированы вопросы и представлены варианты типовых задач для контроля знаний студентов по усвоению методики компьютерного моделирования.

Авторы с благодарностью отнесутся к полезным советам коллег-преподавателей, специалистов и студентов, а также к их критическим замечаниям по существу настоящего учебного пособия.

Авторы

Раздел 1. ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

К простым гидравлическим системам (рис. 1) относятся технологические схему трубопроводов, для которых принимаются **следующие допущения:**

- во всех трубах протекает однофазный поток жидкости, температура которого одинакова на всех участках;
- все трубы располагаются на одном уровне, в системе нет обратных потоков (рециклов), не учитываются местные сопротивления и перепады давлений в трубах, т.е. рассматриваются, т.н. короткие трубопроводы;
- системы включают только клапаны (вентили) с постоянными неизменяющимися коэффициентами пропускной способности и закрытые емкости (аккумуляторы), давление газа в которых подчиняется идеальным законам.

Реальные гидравлические системы включают насосы, компрессоры и другие единицы оборудования; в них наряду с жидкостью могут перемещаться потоки газа, газо- и паро-жидкостной смеси. Тем не менее, изучение общих принципов исследования на компьютерах простых гидравлических систем позволяет получить представление о стратегии компьютерного моделирования технологических процессов. При этом удастся избежать излишнего углубления в специфику предметной области и отображения в модели подробного механизма протекающих процессов. Основной акцент делается на реализации математической модели на компьютере (построении модели) и расчетном исследовании компьютерной модели (процесс моделирования).

В общем случае для любых технологических систем можно выделить **три последовательных этапа компьютерного моделирования:**

- построение модели процесса;
- обеспечение ее адекватности;
- реализация процесса моделирования, т.е. проведение расчетных исследований.

Первый этап включает подэтапы, связанные с построением уравнений (которые описывают поведение реального процесса), выбором алгоритмов их решения, реализацией вычислительных программ на компьютерах, их тестированием, исправлением синтаксических и семантических ошибок и т.д.

На втором этапе для обеспечения качественного и количественного соответствия поведения модели и объекта (**адекватности**

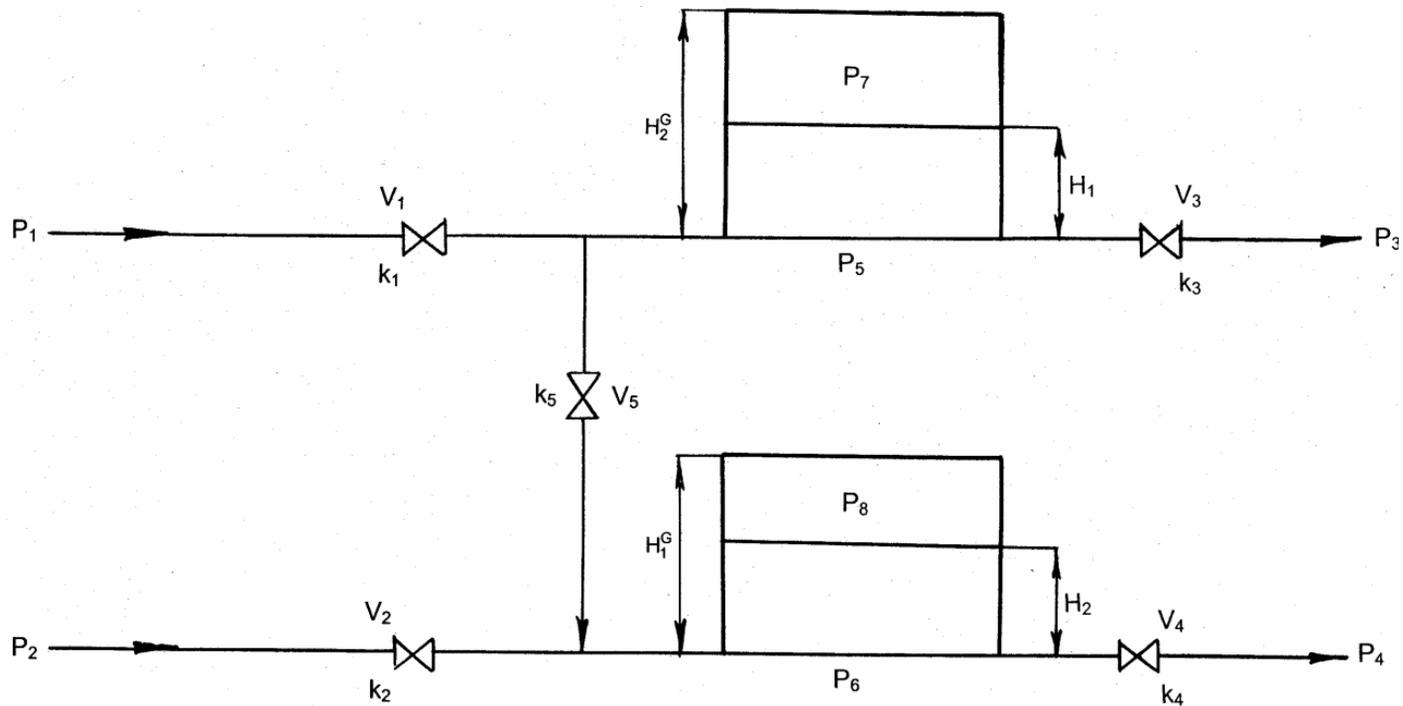


Рис. 1. Схематическое изображение гидравлической системы с двумя закрытыми емкостями (аккумуляторами)

модели) параметры модели корректируют **на основании экспериментальных данных**. При этом корректируются как коэффициенты (параметры) уравнений математического описания, т.н. **параметрическая идентификация**, так и сам вид уравнений, учитывающий механизмы протекающих процессов, т.н. **структурная идентификация**. Решение задач идентификации - параметрической и структурной, обеспечивающих адекватность моделей, возможно с применением статистических методов и аппарата регрессионного анализа [2].

На третьем этапе исследуется **параметрическая чувствительность моделей** и определяются **режимные и конструкционные параметры**, наиболее сильно влияющие на характер протекающих процессов, которые могут быть **управляющими (оптимизирующими)** переменными при **оптимизации процесса**. Также проводятся **расчетные исследования** модели, адекватной реальному процессу, ставятся различного рода **вычислительные эксперименты** на компьютере, позволяющие более глубоко понять закономерности протекания исследуемого процесса. Результатами исследований являются **статические и динамические характеристики** процессов, часто представляемые в виде графиков, анализ которых позволяет принимать решения по усовершенствованию и модернизации работы реальных производств.

При построении моделей процессов в стационарном состоянии (**статических моделей**), переменные уравнений их математического описания не зависят от времени, а для **динамических моделей**, описывающих нестационарные режимы процессов, переменные уравнений математического описания являются функциями времени, и динамический процесс описывается системами дифференциальных уравнений.

Раздел 2. ПОСТРОЕНИЕ СТАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Схема простой гидравлической системы представлена на рис. 1.

Для **построения статической модели** представленной гидравлической системы необходимо выполнить **три последовательных этапа**:

- изучение и/или ознакомление с теорией протекающих процессов;
- построение и анализ системы уравнений математического описания (МО) процесса;
- выбор и реализация моделирующего алгоритма (МА) решения системы уравнений МО.

2.1. Изучение теории процесса

Осуществляется с целью построения системы уравнений МО гидравлической системы, изображенной на рис.1, и включает:

- балансовые уравнения;
- уравнения для определения скоростей движения жидкостей через клапаны;
- уравнения, определяющие давления жидкости на дне закрытой емкости и давление газа над поверхностью жидкости.

Для системы, изображенной на рис.1, будут справедливы два уравнения массового баланса (третье возможное балансовое уравнение – уравнение общего баланса получается сложением двух приводимых, т.е. будет линейно-зависимым):

$$V_1 - V_3 - V_5 = 0 \quad (1)$$

$$V_2 + V_5 - V_4 = 0 \quad (2)$$

Формула для определения скорости протекания жидкости через клапан в соответствии с уравнением Бернулли [4] для суммарной удельной энергии элементарной струи идеальной жидкости при установившемся движении и с учетом допущений о простой гидравлической системе имеет вид:

$$V = k\sqrt{P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}} \quad (3)$$

где k – коэффициент пропускной способности клапана;

$P_{\text{вх}}$, $P_{\text{вых}}$ – давления жидкости на входе и на выходе из клапана.

Более строгая запись этой формулы имеет вид:

$$V = k \operatorname{sgn}(P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}) \sqrt{|P_{\text{вх}} - P_{\text{вых}}|} \quad (4)$$

где $\operatorname{sgn}(x)$ – функция знака и может принимать только три значения: - 1, 0, +1 в соответствии со схемой:

$$\operatorname{sgn}(x) = \begin{cases} -1, & \text{если } x < 0 \\ 0, & \text{если } x = 0 \\ +1, & \text{если } x > 0 \end{cases} \quad (5)$$

В результате, в соответствии с формулой (4) знак скорости потока жидкости становится отрицательным, если направление ее движения будет противоположным, изображенному на рис.1.

Так как гидравлическая система (рис.1) содержит 5 клапанов, то приведенных формул в системе уравнений МО должно быть 5.

По аналогии, должно быть две группы уравнений (рис. 1), определяющих давление жидкости внизу закрытой емкости и давление газа над поверхностью жидкости. При этом принимаются допущения:

- об идеальном поведении газа в емкости;
- о цилиндрической форме закрытой емкости с площадью поперечного сечения S и геометрической высотой H^G ;
- об одинаковом давлении газа P^N в емкостях, не заполненных жидкостью.

В соответствии со следствием из закона Дальтона давление жидкости $P_{\text{жидк.}}$ внизу емкости определяется по формуле [4]:

$$P_{\text{жидк.}} = P_{\text{газ}} + \rho g H \quad (6)$$

где: $P_{\text{газ}}$ - давление газа над поверхностью жидкости;

ρ - плотность жидкости;

H - уровень жидкости в емкости

Для определения давления газа $P_{\text{газ}}$ используется соотношение для идеального газа:

$$P_{\text{газ}} V_{\text{газ}} = P^N V^N = \text{const} \quad (7)$$

где:

V^N - объем емкости, не заполненный жидкостью ($V^N = S \cdot H^G$);

$V_{\text{газ}}$ - объем газа в закрытой емкости ($V_{\text{газ}} = S(H^G - H)$)

В результате будет справедливо:

$$P_{\text{газ}} S(H^G - H) = P^N S H^G$$

или

$$P_{\text{газ}} = P^N \frac{H^G}{H^G - H} \quad (8)$$

Формулы для определения давления жидкости $P_{\text{жидк.}}$ (6) и давления газа $P_{\text{газ}}$ (8) используются для описания поведения двух закрытых емкостей в гидравлической системе (рис.1).

2.2. Построение системы уравнений математического описания (МО)

Система независимых уравнений (9), приводимая ниже и описывающая поведение простой гидравлической системы (рис.1) в стационарном состоянии, состоит из следующих уравнений:

А) определения скорости потоков жидкости через клапаны (3) - при программировании используется строгое уравнение (4):

$$1. V_1 = k_1 (P_1 - P_5)^{1/2}$$

$$2. V_1 = k_1 (P_2 - P_6)^{1/2}$$

$$3. V_3 = k_1 (P_5 - P_3)^{1/2}$$

$$4. V_4 = k_1 (P_6 - P_4)^{1/2}$$

$$5. V_5 = k_5 (P_5 - P_6)^{1/2}$$

В) расчета балансов (1) и (2)

$$6. V_1 - V_3 - V_5 = 0 \quad (9)$$

$$7. V_2 + V_5 - V_4 = 0$$

С) определения давлений жидкости (6) и газа (8) в закрытых емкостях:

$$8. P_5 = P_7 + \rho g H_1$$

$$9. P_7 = P^N \frac{H_1^G}{H_1^G - H_1}$$

$$10. P_6 = P_8 + \rho g H_2$$

$$11. P_8 = P^N \frac{H_2^G}{H_2^G - H_2}$$

Так как система конечных уравнений (9) включает **11 независимых уравнений** (в дальнейшем используется последовательная нумерация уравнений от 1 до 11), она может быть решена, в принципе, относительно **любых 11 переменных**, которые наз. **определяемыми переменными**. Все остальные переменные системы (9), соответствующие числу степеней свободы, должны задаваться.

Кроме этого должны быть специфированы коэффициенты (например, коэффициенты пропускной способности клапанов - вектор \bar{k}), а также постоянные в системе уравнений (9) – геометрические высоты емкостей H_1^G , H_2^G , давление в незаполненной жидкостью емкости P^N и плотность жидкости ρ .

Исходя из физических соображений, при гидравлическом расчете систем трубопроводов, представляющем собой решение системы 11 уравнений (9), определяемыми переменными являются:

- расходы жидкости на всех участках (\bar{V}): 5 компонентов вектора;
- промежуточные давления в системе

P_5, P_6, P_7, P_8 (\bar{P}): 4 компонента вектора;

— уровни жидкости в двух емкостях (\bar{H}): 2 компонента вектора
 Всего: 11 компонентов вектора

Давления на входе в систему P_1 и P_2 , а также давления на выходе из системы P_3 и P_4 задаются и их количество соответствует **числу степеней свободы системы** уравнений (9), которое определяется как разность **числа переменных – числа независимых уравнений** и равно: $15 - 11 = 4$. Эти четыре переменные могут задаваться независимо в соответствии с физическим смыслом решаемой задачи. Это означает, что если предполагается движение жидкости в соответствии со стрелками, изображенными на рис. 1, давления на входе в систему P_1 и P_2 должны быть больше давлений на выходе P_3 и P_4 .

Система 11 конечных уравнений (9), решаемая относительно следующих 11 определяемых переменных:

$$\boxed{V_1 \quad V_2 \quad V_3 \quad V_4 \quad V_5 \quad P_5 \quad P_6 \quad P_7 \quad P_8 \quad H_1 \quad H_2} \quad (10),$$

является системой нелинейных уравнений [5].

Для ее решения наиболее целесообразно использовать **метод математической декомпозиции**, который позволяет существенно снизить размерность решаемой задачи и определять все искомые переменные **путем решения системы** (или систем) уравнений **значительно меньшей размерности**, чем размерность исходной системы [6].

2.3. Выбор моделирующего алгоритма (МА)

Размерность исходной системы уравнений (9) равна 11. Для **выбора алгоритма математической декомпозиции**, который позволит определить 11 искомым переменных (10) путем последовательного решения **одного нелинейного уравнения размерностью 1** и **одного квадратного уравнения**, необходимо построить и проанализировать информационную матрицу системы уравнений МО (9).

Информационная матрица системы уравнений МО представляет собой квадратную матрицу (табл.1), строки которой соответствуют номерам уравнений, а столбцы – обозначению определяемых переменных. Информационная матрица формируется следующим образом: на пересечении i -ой строки, соответствующей i -ому уравнению, с j -ым столбцом ставится знак плюс, если i -ое уравнение включает j -ую определяемую переменную. Эта процедура повторяется для всех независимых уравнений и определяемых переменных системы.

Информационная матрица системы уравнений (9), описывающей стационарный режим гидравлической системы (рис.1), представлена в табл.1.

Таблица 1

Информационная матрица системы уравнений, описывающей стационарный режим гидравлической системы (рис.1)

| пп | V_1 | V_2 | V_3 | V_4 | V_5 | P_5 | P_6 | P_7 | P_8 | H_1 | H_2 | № |
|----|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1 | ⊕ | | | | | ⊕ | | | | | | 3 |
| 2 | | ⊕ | | | | | ⊕ | | | | | 7 |
| 3 | | | ⊕ | | | ⊕ | | | | | | 4 |
| 4 | | | | ⊕ | | | ⊕ | | | | | 8 |
| 5 | | | | | ⊕ | ⊕ | ⊕ | | | | | 6 |
| 6 | ⊕ | | ⊕ | | ⊕ | | | | | | | 5 |
| 7 | | ⊕ | | ⊕ | ⊕ | | | | | ◇ | | 9 |
| 8 | | | | | | ◇ | | ⊕ | | ⊕ | | 2 |
| 9 | | | | | | | | ◇ | | ⊕ | | 1 |
| 10 | | | | | | | ⊕ | | ◇ | | ◇ | 10,11 |
| 11 | | | | | | | | | ◇ | | ◇ | 10,11 |

В таблицу 1, соответствующей информационной матрице, включен правый дополнительный столбец, который имеет обозначение номера (№). В этом столбце будет отражаться последовательность вычислений согласно выбираемому алгоритму расчетов.

Для выбора оптимального алгоритма расчетов при решении системы уравнений (9) необходимо проанализировать информационную матрицу (табл.1).

Каждое уравнение системы (9) содержит несколько определяемых переменных: как минимум две. Начальные приближения для итерационных расчетов при решении нелинейных уравнений следует задавать в тех уравнениях, где наименьшее число определяемых переменных (в данном случае две) и оно может быть хорошо обосновано из физических соображений. Например, значение приближения H_1 может быть задано в интервале $[0, H_1^G]$, так как высота емкости H_1^G задана в условии задачи.

Для обозначения задания начального приближения итерационного процесса вычисления в информационной матрице ставится знак плюс, соответствующий задаваемой переменной в конкретном уравнении и обводится **квадратом** (см. табл.1, строку 9).

Первым шагом вычислительной процедуры будет определение переменной P_7 в уравнении (9) (см. число 1 в правом столбце табл. 1). Для обозначения переменной, которая определяется в уравнении (9), соответствующий ей плюс в строке (9), обводится **ромбом**.

Заданное значение приближения \tilde{H}_1 и найденная переменная P_7 справедливы для всей системы уравнений и поэтому эти величины должны использоваться и другими уравнениями системы (см. уравнение (8) в табл. 1). Для обозначения распространения значений переменных на все уравнения системы, соответствующие им плюсы в столбцах, обводятся **окружностями**. В уравнении (8) окружностями обведены плюсы, соответствующие H_1 и P_7 , что позволяет решить это уравнение относительно P_5 на шаге 2 вычислительной процедуры (табл. 1). Дальнейшие последовательные шаги расчетов дают возможность определить только приближенные значения $V_1, V_3, V_5, P_6, V_2, V_4$, что связано с выбором в самом начале реализуемой процедуры вычисления приближения величины \tilde{H}_1 .

Таким образом, определение корректного значения H_1 приведет соответственно к получению корректных значений и $P_7, P_5, V_1, V_3, V_5, P_6, V_2, V_4$, т.е. 9 из 11 искомым переменных.

Для коррекции H_1 должно использоваться уравнение (7), в котором все переменные известны из предыдущих расчетов (соответствующие им плюсы обведены окружностями) – табл. 1, шаг 9. Когда система уравнений МО решена, то уравнение (7) вида:

$$V_2\{H_1\} + V_5\{H_1\} - V_4\{H_1\} = 0$$

должно превратиться в равенство. Переменная H_1 в фигурных скобках в этом случае означает, что каждое слагаемое этого уравнения зависит от переменной H_1 и оно должно быть решено относительно H_1 для получения ее корректного значения.

Реализацию алгоритма решения уравнения (7) можно рассматривать как процедуру коррекции переменной H_1 и соответственно определение значений переменных P_7 , P_5 , V_1 , V_3 , V_5 , P_6 , V_2 и V_4 . Для обозначения того факта, что уравнение (7) является корректирующим для H_1 , в строке (7) информационной матрицы (табл.1) в позиции, соответствующей переменной H_1 , стоит пустой ромб.

Наиболее эффективным алгоритмом для коррекции переменной H_1 и решения уравнения (7) является метод половинного деления [5], с нижней границей интервала поиска – 0 и верхней границей – $H_1^G - 1.0 \times 10^{-5}$, т.к. только в этом случае знаменатель уравнения (9) системы уравнений МО (9) не станет равным нулю при подстановке в него верхней границы H_1^G .

При решении уравнения (7) в итерационном цикле на шаге 6 (табл. 1) необходимо определить P_6 из формулы (5). Так как на предыдущих этапах расчетов V_5 может получиться как положительным, так и отрицательным, выражение для определения P_6 должно учитывать это обстоятельство – используется функция знака $\text{sgn}(x)$ для решения уравнения (5):

$$P_6 = P_5 - \text{sgn}(V_5) \left(\frac{V_5}{k_5} \right)^2 \quad (11)$$

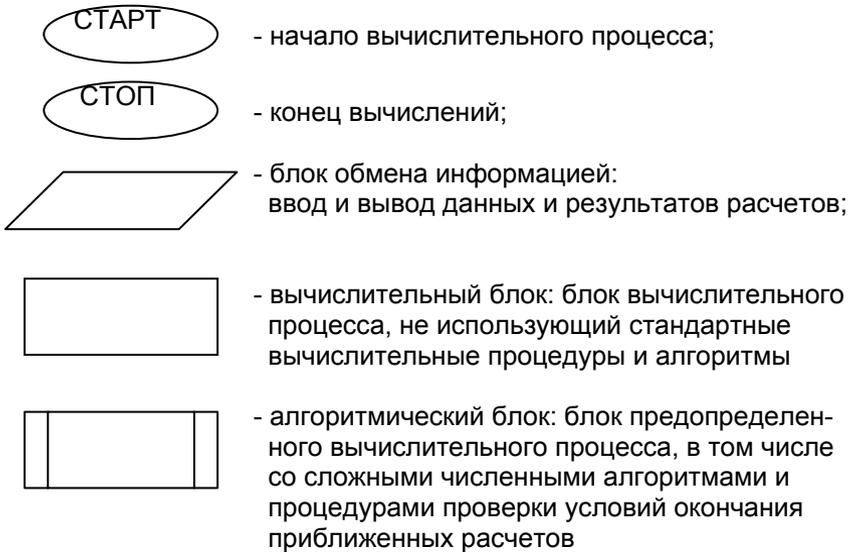
Для определения двух оставшихся переменных P_8 и H_2 в уравнение (10) подставляется P_8 из уравнения (11) системы уравнений МО (9). В результате получается квадратное уравнение относительно H_2 (P_6 известно из предыдущих расчетов – табл. 1):

$$P_6 = P^N \frac{H_2^G}{H_2^G - H_2} + \rho g H_2 \quad (12)$$

Для определения значения H_2 используется формула вычисления корней квадратного уравнения и выбирается тот из корней, который располагается в интервале $[0, H_2^G]$.

Общепринято для отображения последовательности вычислений и изображения вычислительных процессов использовать блок-схемы алгоритмов расчетов.

При этом предлагается пользоваться следующими графическими блоками:



На рис. 2 изображена блок-схема алгоритма расчета стационарного режима гидравлической системы, изображенной на рис. 1. При этом используется два алгоритмических блока – стандартных алгоритма:

- метод половинного деления [5]: алгоритмический блок (7) для определения H_1 ;
- вычисление корней квадратного уравнения: алгоритмические блоки (10), (11) для определения H_2 и P_8 .

Топология гидравлической системы отображается вычислительными блоками слева от алгоритмического блока (7). Результатом расчета по вычислительным блокам (9), (8), (1), (3), (6), (5), (2), (4) является значение величины функции:

$$f = V_2 + V_5 - V_4 , \quad (13)$$

которая используется стандартным модулем метода половинного деления в алгоритмическом блоке (7) для определения уровня жидкости H_1 в первой емкости.

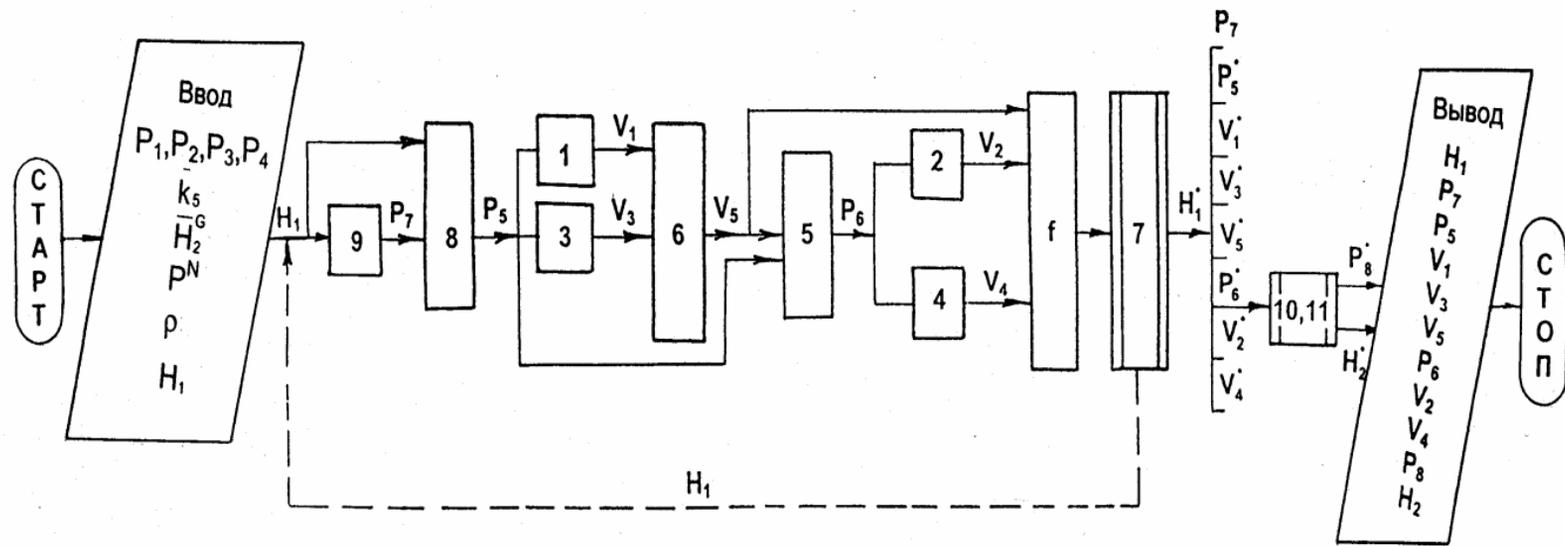


Рис. 2. Блок-схема алгоритма расчета стационарного режима гидравлической системы, изображенной на рис. 1

В табл. 2 представлены итерационные формулы для реализации некоторых численных методов решения уравнения вида $f(x)=0$ (для рассматриваемой задачи - $x \equiv H_1$ для решения уравнения (13)) [6].

В общем случае перед применением любого приближенного численного метода следует отделить корень уравнения, т.е. определить замкнутый интервал по искомой переменной x , в котором располагается одно решение (уравнение может иметь несколько корней - решений). В рассматриваемой задаче этот интервал целесообразно задавать из физических соображений в виде: $a = 0$ и $b = H_1^G - 1 \cdot 10^{-5}$ и для него должно быть справедливо неравенство $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Для метода половинного деления задание такого замкнутого интервала обязательно, в то время как для остальных методов, представленных в табл. 2, могут быть заданы одно ($x^{(0)}$) или два ($x^{(0)}, x^{(1)}$) начальных приближения, по возможности, близко расположенные к искомому решению x^* .

При решении уравнений $f(x)=0$ методом последовательных итераций с использованием итерационных формул, приведенных в табл. 2, целесообразно установить следующие условия окончания итерационного процесса расчетов:

по аргументу

$$|x^{(k+1)} - x^{(k)}| < \varepsilon_x \quad (14)$$

и по функции

$$|f(x^{(k+1)})| < \varepsilon_f \quad (15)$$

где (k) и $(k+1)$ – верхние индексы: номера последовательных итераций; ε_x и ε_f – точность, определенная корня уравнения x^* соответственно по аргументу и функции.

Таблица 2

Итерационные формулы численных методов решения уравнений с одной неизвестной вида $f(x)=0$

| Название метода | Итерационная формула | Начальные приближения |
|-------------------------|-----------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1.Половинного деления | $x^{(k+1)} = 0,5[x^{(k)} + x^{(k-1)}]; f(x^{(k)}) \cdot f(x^{(k-1)}) < 0$ | $x^{(0)}, x^{(1)};$ $f(x^{(0)}) \cdot f(x^{(1)}) < 0$ |
| 2.Касательных (Ньютона) | $x^{(k+1)} = x^{(k)} - f(x^{(k)}) / \frac{\partial f}{\partial x}(x^{(k)})$ | $x^{(0)}$ |

Продолжение табл. 2

| 1 | 2 | 3 |
|---------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| 3. Секущих | $x^{(k+1)} = x^{(k)} - w^{(k)} [x^{(k)} - x^{(k-1)}];$ $w^{(k)} = \frac{f(x^{(k)})}{f(x^{(k)}) - f(x^{(k-1)})}$ | $x^{(0)}, x^{(1)}$ |
| 4. Простых итераций | $x^{(k+1)} = \varphi(x^{(k)})$ $\varphi(x) - \text{специально преобразованная функция } f(x)$ | $x^{(0)}$ |
| 5. Вегстейна | $x^{(k+1)} = x^{(k)} + w^{(k)} [x^{(k)} - x^{(k-1)}]$ $w^{(k)} = \frac{\varphi(x^{(k)}) - x^{(k)}}{[\varphi(x^{(k-1)}) - x^{(k-1)}] - [\varphi(x^{(k)}) - x^{(k)}]}$ $\varphi(x) - \text{специально преобразованная функция как}$ <p style="text-align: center;">в методе простых итераций</p> | $x^{(0)}, x^{(1)}$ |

Исходные данные для расчета базового стационарного режима гидравлической системы (рис.1) представлены в табл. 3. Компьютерная программа на языке Visual Basic Application (VBA) [7], которая реализует изображенный на рис. 2 алгоритм расчета статической системы, приведена в табл. 4.

Результаты некоторых вариантов расчета, которые позволяют оценить параметрическую чувствительность компьютерной модели статической гидравлической системы (рис.1) к изменениям одного из входных давлений (p_2) и одного из выходных давлений (p_4), представлены на рис.3 и рис.4. При этом отрицательные значения компонента вектора расхода потока V_5 (в рассматриваемых случаях приводятся значения массовых расходов $VM_5 = V_5 * \rho$) свидетельствуют о том, что поток V_5 течет не так, как изображено на рис. 1, а – наоборот.

Основной целью расчетных исследований компьютерной модели гидравлической системы с стационарным состоянием путем анализа ее статических характеристик является определение более эффективных условий работы реального объекта и выявление дополнительных ресурсов для решения задачи оптимизации.

Таблица 3

Исходные данные для расчета базового стационарного режима гидравлической системы

Статическая система

| | | | | | |
|---------------------------------------------------|-------------|-------------------------------|-------------|-------------|-------------|
| Высота емкости | | Площадь основ. Емкости | | | |
| 1-ой (м) = | 10 | 1-ой (м ²) = | 1 | | |
| 2-ой (м) = | 10 | 2-ой (м ²) = | 1 | | |
| Плотность (кг/м³) = | 1000 | Нач.давление (Мпа) = | 0.1 | | |
| Давление (1-4) /Мпа/ = | 1.5 | 2 | 0.2 | 1.25 | |
| Козф. проп. способности (1-5) = | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 |
| Промеж. вывод. 0-нет, 1-частич, 2-полный = | | 0 | | | |
| Относительная погрешность | | 0.001 | | | |

СЧЕТ

Таблица 4

Компьютерная программа на языке VBA для расчета стационарного режима гидравлической системы

Модуль 1 - 1

```

Option Explicit
Option Base 1
Const np% = 8, nk% = 5, nv% = 11
Dim vm!(nk), v!(nk), ak!(nk), p!(np), hg!(2), h!(2)
Dim a!, b!, c!, e!, ro!, pn!, g!, x!
Dim i%, kl%, ipr%
Dim bu As Boolean
Public Sub stat()
    ipr = 1
    With Worksheets("Лист1")
        ' Высота емкостей (1-2) м
        hg(1) = .Cells(4, 5): hg(2) = .Cells(5, 5)
        ' Плотность (кг/м3)
        ro = .Cells(6, 5)
        ' Начальное давление (Мпа)
        pn = .Cells(6, 9)
        ' Давление (1-4) /Мпа/
        For i = 1 To 4: p(i) = .Cells(8, i + 4): Next i
        ' Коэф. пропускной способности (1-5)
        For i = 1 To 5: ak(i) = .Cells(9, i + 4): Next i
        ' Относительная локальная погрешность ( %)
        e = .Cells(11, 6)
        ' вывод промежуточных результатов 0-нет, 1-частичный, 2-полный
        kl = .Cells(10, 6)
    End With
    Worksheets("Лист2").Activate
    Cells.Select
    Selection.Clear
    Range("a1").Select
    If kl = 2 Then
        Cells(ipr, 5) = "Промежуточный вывод": ipr = ipr + 1
        Cells(ipr, 5) = "h": Cells(ipr, 6) = "p(5-7)": Cells(ipr, 7) = "vm": ipr = ipr + 1
    End If
    g = 9.815: e = e / 100: a = 0: b = hg(1) * (1 - e)
    Call MPD(a, b, e, bu, x)
    With Worksheets("Лист2")
        If bu Then
            a = ro * g * 0.000001: b = p(6) + ro * g * hg(2) * 0.000001
            c = (p(6) - pn) * hg(2)
            h(2) = (b - Sqr(b * b - 4 * a * c)) / 2 / a
            p(8) = pn * hg(2) / (hg(2) - h(2))
            For i = 1 To 5: vm(i) = v(i) * ro: Next i
            .Cells(1, 1) = "РЕЗУЛЬТАТ"
            .Cells(2, 1) = "h": .Cells(2, 2) = "p(5-8)": .Cells(2, 3) = "vm"
            .Cells(3, 1) = h(1): .Cells(3, 2) = p(5): .Cells(3, 3) = vm(1)
            .Cells(4, 1) = h(2): .Cells(4, 2) = p(6): .Cells(4, 3) = vm(2)
            .Cells(5, 2) = p(7): .Cells(5, 3) = vm(3)
            .Cells(6, 2) = p(8): .Cells(6, 3) = vm(4)
            .Cells(7, 3) = vm(5)
        Else
            kl = 2
            .Cells(1, 1) = "РЕШЕНИЯ НЕТ"
            .Cells(2, 1) = "a": .Cells(2, 2) = "f(a)": .Cells(2, 3) = "b": .Cells(2, 4) = "f(b)"
            .Cells(3, 1) = a
            .Cells(ipr, 5) = "Промежуточный вывод a": ipr = ipr + 1
            .Cells(ipr, 5) = "h": .Cells(ipr, 6) = "p(5-7)": .Cells(ipr, 7) = "vm": ipr = ipr + 1
            .Cells(3, 2) = FUNC(a)
            .Cells(3, 3) = b
            .Cells(1, 5) = "Промежуточный вывод b": ipr = ipr + 1
            .Cells(2, 5) = "h": .Cells(2, 6) = "p(5-7)": .Cells(2, 7) = "vm": ipr = ipr + 1
            .Cells(3, 4) = FUNC(b)
        End If
    End With
    End Sub
Function FUNC(x!) As Single
Dim vm!(5), fx!
h(1) = x
p(7) = pn * hg(1) / (hg(1) - h(1))
p(5) = p(7) + ro * g * h(1) * 0.000001
v(1) = ak(1) * Sgn(p(1) - p(5)) * Sqr(Abs(p(1) - p(5)))
v(3) = ak(3) * Sgn(p(5) - p(3)) * Sqr(Abs(p(5) - p(3)))
v(5) = v(1) - v(3)

```

Продолжение табл. 4

Модуль 1 - 2

```

p(6) = p(5) - Sgn(v(5)) * (v(5) / ak(5)) ^ 2
v(2) = ak(2) * Sgn(p(2) - p(6)) * Sqr(Abs(p(2) - p(6)))
v(4) = ak(4) * Sgn(p(6) - p(4)) * Sqr(Abs(p(6) - p(4)))
fx = (v(2) + v(5) - v(4)) * ro
For i = 1 To 5:   vm(i) = v(i) * ro:   Next i
If kl = 0 Then GoTo 400
If kl = 1 Then GoTo 300
Cells(ipr, 5) = h(1): Cells(ipr, 6) = p(5): Cells(ipr, 7) = vm(1): ipr = ipr + 1
Cells(ipr, 6) = p(6): Cells(ipr, 7) = vm(2): ipr = ipr + 1
Cells(ipr, 6) = p(7): Cells(ipr, 7) = vm(3): ipr = ipr + 1
Cells(ipr, 7) = vm(4): ipr = ipr + 1
Cells(ipr, 7) = vm(5): ipr = ipr + 1
300:   Cells(ipr, 5) = "x = ": Cells(ipr, 6) = x: Cells(ipr, 7) = " fx = ": Cells(ipr, 8) = f
x: ipr = ipr + 1
400:   FUNC = fx
End Function
Sub MPD(a!, b!, eps!, bu As Boolean, xcon!)
Dim fa!, fb!, x!, fx!
fa = FUNC(a): fb = FUNC(b)
If fa * fb > 0 Then: bu = False: GoTo 100
Do
    x = (a + b) / 2: fx = FUNC(x)
    If fx * fa < 0 Then b = x Else a = x
Loop While Abs(a - b) > eps
xcon = Abs(a + b) / 2:   bu = True
100:
End Sub
Sub auto_open()
Worksheets("Лист1").Activate
End Sub

```

Анализ параметрической чувствительности статической модели к изменению входного давления p2

РЕЗУЛЬТАТ p2=1

| h | p(5-8) | vm |
|----------|----------|----------|
| 8.586025 | 0.791498 | 8.417255 |
| 8.575604 | 0.786222 | 4.623613 |
| | 0.707226 | 7.690891 |
| | 0.702052 | 5.349972 |
| | | 0.726364 |

РЕЗУЛЬТАТ p2=1.5

| h | p(5-8) | vm |
|----------|----------|----------|
| 8.807848 | 0.925268 | 7.581106 |
| 8.819983 | 0.934013 | 7.523208 |
| | 0.838819 | 8.516268 |
| | 0.847445 | 6.58797 |
| | | -0.93516 |

РЕЗУЛЬТАТ p2=2

| h | p(5-8) | vm |
|----------|----------|----------|
| 8.928314 | 1.020741 | 6.922855 |
| 8.977792 | 1.066392 | 9.662338 |
| | 0.933109 | 9.059474 |
| | 0.978274 | 7.525903 |
| | | -2.13662 |

РЕЗУЛЬТАТ p2=2.5

| h | p(5-8) | vm |
|----------|----------|----------|
| 9.007565 | 1.096031 | 6.355852 |
| 9.093791 | 1.192755 | 11.43348 |
| | 1.007622 | 9.465894 |
| | 1.103498 | 8.32319 |
| | | -3.11004 |

РЕЗУЛЬТАТ p2=3

| h | p(5-8) | vm |
|----------|----------|----------|
| 9.065355 | 1.158902 | 5.840361 |
| 9.183638 | 1.315084 | 12.98043 |
| | 1.069925 | 9.792353 |
| | 1.224946 | 9.028201 |
| | | -3.95199 |

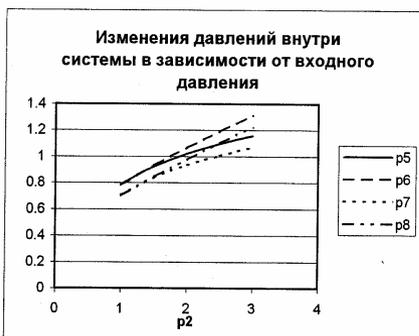
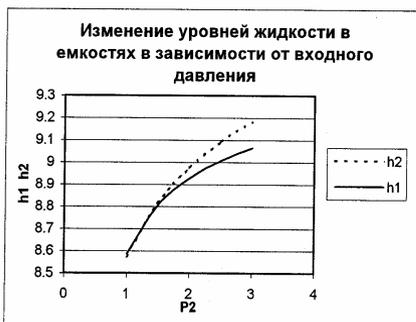


Рис. 3. Статистические характеристики гидравлической системы: изменения режимных параметров в зависимости от одного из давлений на входе - p2

Анализ параметрической чувствительности статической модели к изменению выходного давления p_4

РЕЗУЛЬТАТ (при $p_4=0.25$)

| h | $p(5-8)$ | vm |
|----------|----------|-----------|
| 8.864075 | 0.967341 | 7.298352 |
| 8.89066 | 0.988699 | 10.05635 |
| | 0.88034 | 8.759797 |
| | 0.901437 | 8.594759 |
| | | -1.461445 |

РЕЗУЛЬТАТ (при $p_4=0.5$)

| h | $p(5-8)$ | vm |
|----------|----------|-----------|
| 8.928314 | 1.020741 | 6.922855 |
| 8.977792 | 1.066392 | 9.662338 |
| | 0.933109 | 9.059474 |
| | 0.978274 | 7.525903 |
| | | -2.136619 |

РЕЗУЛЬТАТ (при $p_4=0.75$)

| h | $p(5-8)$ | vm |
|----------|----------|----------|
| 8.986298 | 1.074683 | 6.521631 |
| 9.061805 | 1.154819 | 9.193374 |
| | 0.986483 | 9.35245 |
| | 1.065876 | 6.362536 |
| | | -2.83082 |

РЕЗУЛЬТАТ (при $p_4=1.0$)

| h | $p(5-8)$ | vm |
|----------|----------|-----------|
| 9.039474 | 1.129819 | 6.084248 |
| 9.142887 | 1.256446 | 8.622956 |
| | 1.041097 | 9.642714 |
| | 1.166708 | 5.064051 |
| | | -3.558466 |

РЕЗУЛЬТАТ (при $p_4=1.25$)

| h | $p(5-8)$ | vm |
|----------|----------|-----------|
| 9.089388 | 1.187375 | 5.59129 |
| 9.222203 | 1.376198 | 7.898113 |
| | 1.098162 | 9.936672 |
| | 1.285683 | 3.552438 |
| | | -4.345382 |

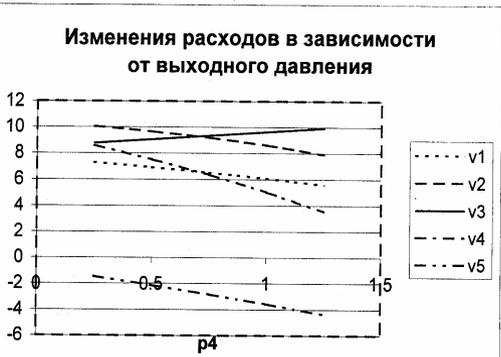
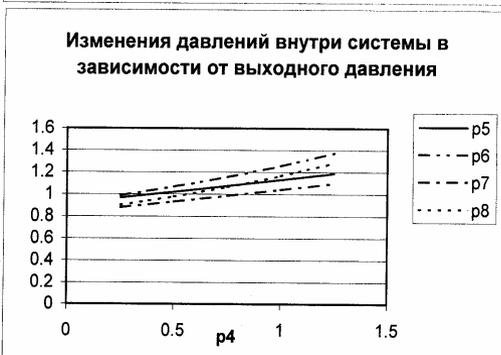
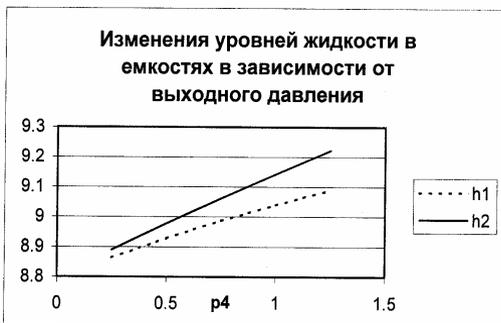


Рис. 4. Статистические характеристики гидравлической системы: изменения режимных параметров в зависимости от одного из давлений на выходе - p_4

Раздел 3. ПОСТРОЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОСТЫХ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СИСТЕМ

При построении динамических моделей конечные балансовые уравнения (6) и (7) в системе уравнений МО (9)] превращаются в обыкновенные дифференциальные уравнения вида:

$$\frac{dV_1^R}{dt} = V_1 - V_3 - V_5 \quad (16)$$

$$\frac{dV_2^R}{dt} = V_2 - V_5 - V_4 \quad (17)$$

где V_1^R и V_2^R объемы жидкости в емкостях 1 и 2 гидравлической системы, представленной на рис. 1.

Если емкости 1 и 2 являются цилиндрическими, то объем жидкости в них определяется $V^R = S \cdot H$ (S – площадь поперечного сечения цилиндра) и выше приведенные обыкновенные дифференциальные уравнения (16) и (17) принимаются вид:

$$\frac{dH_1}{dt} = \frac{V_1 - V_3 - V_5}{S_1} \quad (18)$$

$$\frac{dH_2}{dt} = \frac{V_2 + V_5 - V_4}{S_2} \quad (19)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений на компьютере, т.е. получения соответствующего частного решения необходимо задать, т.н. начальные условия вида [5]:

$$H_1 /_{t=t^{(o)}} \equiv H_1(t^{(o)}) = H_1^{(o)} \quad (18')$$

$$H_2 /_{t=t^{(o)}} \equiv H_2(t^{(o)}) = H_2^{(o)} \quad (19')$$

При этом решается задача Коши или задача с начальными условиями, и получаемые частные решения представляют собой функции $H_1(t)$ и $H_2(t)$, рассматриваемые в замкнутом интервале $[t^{(o)}, t^{(k)}]$, которые являются приближениями истинных функций решения $H_1^*(t)$ и $H_2^*(t)$.

Более общее представление систем двух дифференциальных уравнений (18) и (19) имеет вид:

$$\frac{dH_1}{dt} = f_1(H_1, H_2) \quad (20)$$

$$\frac{dH_2}{dt} = f_2(H_1, H_2) \quad (21)$$

где $f_1(H_1, H_2)$ и $f_2(H_1, H_2)$ – правые части дифференциальных уравнений первого порядка, записанные в явном виде.

Существуют два подхода при интегрировании дифференциальных уравнений – явный и неявный.

Для явных методов Эйлера [5] систему дифференциальных уравнений на каждом k -ом шаге решения представляют с использованием конечно-разностной схемы в виде:

$$\frac{\Delta H_1^{(k)}}{\Delta t} \cong f_1(H_1^{(k)}, H_2^{(k)}) \quad (22)$$

$$\frac{\Delta H_2^{(k)}}{\Delta t} \cong f_2(H_1^{(k)}, H_2^{(k)}) \quad (23)$$

где $\Delta t \equiv h$ – шаг интегрирования;

$$\Delta H_i^{(k)} = H_i^{(k+1)} - H_i^{(k)} \quad (i = 1, 2)$$

В этом случае зная $H_1^{(k)}, H_2^{(k)}$, в том числе и $H_1^{(0)}, H_2^{(0)}$, легко рассчитываются $H_1^{(k+1)}$ и $H_2^{(k+1)}$ по простым формулам:

$$H_1^{(k+1)} = H_1^{(k)} + hf_1(H_1^{(k)}, H_2^{(k)}) \quad (24)$$

$$H_2^{(k+1)} = H_2^{(k)} + hf_2(H_1^{(k)}, H_2^{(k)}) \quad (25)$$

При этом необходимо располагать алгоритмом расчета правых частей дифференциальных уравнений $f_1(H_1^{(k)}, H_2^{(k)})$ и $f_2(H_1^{(k)}, H_2^{(k)})$ при известных значениях $H_1^{(k)}, H_2^{(k)}$.

Для неявного метода Эйлера соотношения (22) и (23) принимаются вид [6]

$$\frac{\Delta H_1^{(k)}}{\Delta t} \cong f_1(H_1^{(k+1)}, H_2^{(k+1)}) \quad (26)$$

$$\frac{\Delta H_2^{(k)}}{\Delta t} \cong f_2(H_1^{(k+1)}, H_2^{(k+1)}) \quad (27)$$

В этом случае уравнения (24) и (25) для определения $H_1^{(k+1)}$ и $H_2^{(k+1)}$ принимают вид:

$$H_1^{(k+1)} = H_1^{(k)} + hf_1(H_1^{(k+1)}, H_2^{(k+1)}) \quad (28)$$

$$H_2^{(k+1)} = H_2^{(k)} + hf_2(H_1^{(k+1)}, H_2^{(k+1)}) \quad (29)$$

Сравнение (20) и (21) с (18) и (19), а также учет зависимостей системы уравнения (9) позволяет установить, что функции f_1 и f_2 являются нелинейными относительно определяемых на каждом k -ом шаге интегрирования $H_1^{(k+1)}$ и $H_2^{(k+1)}$.

Отсюда следует вывод, что определение $H_1^{(k+1)}$ и $H_2^{(k+1)}$ на каждом очередном k -шаге интегрирования сводится к решению системы двух нелинейных уравнений (28) и (29). Это в свою очередь усложняет расчеты и делает их более длительными. Поэтому неявные методы относят к классу медленных методов и применяют, когда быстрые явные методы (например, (24) и (25)) не дают удовлетворительных результатов.

Опыт показывает, что для большинства простых гидравлических систем явные методы обеспечивают требуемую сходимость.

Три наиболее распространенных явных метода – Эйлера, Эйлера-Коши, Рунге-Кутта и соответствующие формулы для расчета приближений функций на каждом $k+1$ -ом шаге интегрирования приведены в табл. 5.

Таблица 5

Явные методы интегрирования обыкновенных дифференциальных

уравнений вида $\frac{dx}{dt} = f_i(\bar{x}, t); i = 1, \dots, n$

| Название метода | Расчет приближений искомой функции на каждом $(k+1)$ шаге интегрирования | Число вычислений правых частей на каждом шаге интегрирования |
|-----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------|
| 1. Эйлера | $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + hf_i(\bar{x}^{(k)}, t^{(k)})$ $i = 1, \dots, n$ $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ | 1 |

| | | |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 2. Эйлера-Коши | $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + hf_i(x_i^{*(k)}, t^{(k)} + h/2)$ $x_i^{*(k)} = x_i^{(k)} + \frac{h}{2} f_i(x_i^{(k)}, t^{(k)})$ $i = 1, \dots, n$ $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ | 2 |
|----------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|

Продолжение табл. 5

| 1 | 2 | 3 |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|
| 3. Рунге-Кутта | $x_i^{(k+1)} = x_i^{(k)} + h(s_i^{(1)} + 2s_i^{(2)} + 2s_i^{(3)} + s_i^{(4)})/6$ $s_i^{(1)} = f_i(x_i^{(k)}, t^{(k)})$ $s_i^{(2)} = f_i(x_i^{(k)} + s_i^{(1)}/2, t^{(k)} + h/2)$ $s_i^{(3)} = f_i(x_i^{(k)} + s_i^{(2)}/2, t^{(k)} + h/2)$ $s_i^{(4)} = f_i(x_i^{(k)} + s_i^{(3)}, t^{(k)} + h)$ $i = 1, \dots, n$ $k = 0, 1, 2, 3, \dots$ | 4 |

3.1. Выбор алгоритма расчета динамики простой гидравлической системы с использованием информационной матрицы уравнений математического описания (МО)

Математическое описание динамики простой гидравлической системы представляет собой систему уравнений (9), в которой балансовые уравнения (6) и (7) заменены на дифференциальные уравнения (18) и (19) и в систему включены два начальных условия (18') и (19') для получения частного решения на компьютере (общее решение обыкновенных дифференциальных уравнений, как правило, получают аналитическими методами).

В результате необходимо решить систему (9) уравнений, из которых два (6) и (7) являются дифференциальными (18) и (19) с начальными условиями (18') и (19').

Для построения информационной матрицы для решения дифференциальных уравнений (18) и (19) целесообразно представить их в конечно-разностной форме в следующем виде:

$$\frac{H_1^{(1)} - H_1^{(0)}}{\Delta t} = \frac{V_1^{(0)} - V_3^{(0)} - V_5^{(0)}}{S_1} \equiv f_1^{(0)} \quad (6^*)$$

$$\frac{H_2^{(1)} - H_2^{(0)}}{\Delta t} = \frac{V_2^{(0)} - V_5^{(0)} - V_4^{(0)}}{S_2} \equiv f_2^{(0)} \quad (7^*)$$

где $H_1^0, H_2^{(0)}$ - заданные значения начальных условий в соответствии с (6*) и (7*), а также (18') и (19'); $H_1^{(1)}, H_2^{(1)}$ - искомые значения определяемых функции $H_1(t)$ и $H_2(t)$, получаемые в результате интегрирования на первом шаге при $t=t^{(1)}$.

Если интервал интегрирования равен $[t^{(0)}, t^{(k)}]$, то правые части дифференциальных уравнений (6*) и (7*), а также соответственно (18) и (19), вычисляются при $t^{(0)}, t^{(1)}, \dots, t^{(k-1)}$. В результате конечно-разностных преобразований (6*) и (7*) информационная матрица уравнений МО динамики простой гидравлической системы имеет вид, приведенный в табл. 6. Так как при решении системы двух дифференциальных уравнений (18) и (19) необходимо определить

функции $H_1(t)$ и $H_2(t)$ $[t^{(0)}, t^{(k)}]$, т.е. и $H_1^{(k)} = H_1(t^{(k)})$ и $H_2^{(k)} = H_2(t^{(k)})$

при заданных начальных условиях (18') и (19') - $H_1^{(0)}$ и $H_2^{(0)}$, то конечным результатом расчетов должны быть указанные функции, представленные в дискретном виде, при $t=t^{(0)}, t^{(1)}, \dots, t^{(k-1)}, t^{(k)}$. Последними значениями искомых функций являются определяемые на 12 и 13 шаге вычислений (правый столбец информационной матрицы) - $H_1^{(k)}$ и $H_2^{(k)}$.

Блок-схема алгоритма расчета нестационарного режима гидравлической системы, изображенной на рис. 1, приведена на рис. 5.

Таблица 6

Информационная матрица системы уравнений, описывающей нестационарный режим гидравлической системы (рис. 1)

| nn | V ₁ | V ₂ | V ₃ | V ₄ | V ₅ | P ₅ | P ₆ | P ₇ | P ₈ | H ₁ ⁽⁰⁾ | H ₁ ⁽⁰⁾ | H ₂ ⁽⁰⁾ | H ₂ ⁽⁰⁾ | Nb |
|-----|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|-------------------------------|----|
| 1 | ⊕ | | | | | ⊕ | | | | | | | | 4 |
| 2 | | ⊕ | | | | | ⊕ | | | | | | | 9 |
| 3 | | | ⊕ | | | ⊕ | | | | | | | | 5 |
| 4 | | | | ⊕ | | | ⊕ | | | | | | | 10 |
| 5 | | | | | ⊕ | ⊕ | ⊕ | | | | | | | 11 |
| 6* | ⊕ | | ⊕ | | ⊕ | | | | | ⊕ | ⊕ | | | 12 |
| 7* | | ⊕ | | ⊕ | ⊕ | | | | | | | ⊕ | ⊕ | 13 |
| 18' | | | | | | | | | | ⊕ | | | | 1 |
| 19' | | | | | | | | | | | | ⊕ | | 6 |
| 8 | | | | | | ⊕ | | ⊕ | | ⊕ | | | | 3 |
| 9 | | | | | | | | ⊕ | | ⊕ | | | | 2 |
| 10 | | | | | | | ⊕ | | ⊕ | | | ⊕ | | 6 |
| 11 | | | | | | | | | ⊕ | | | ⊕ | | 7 |

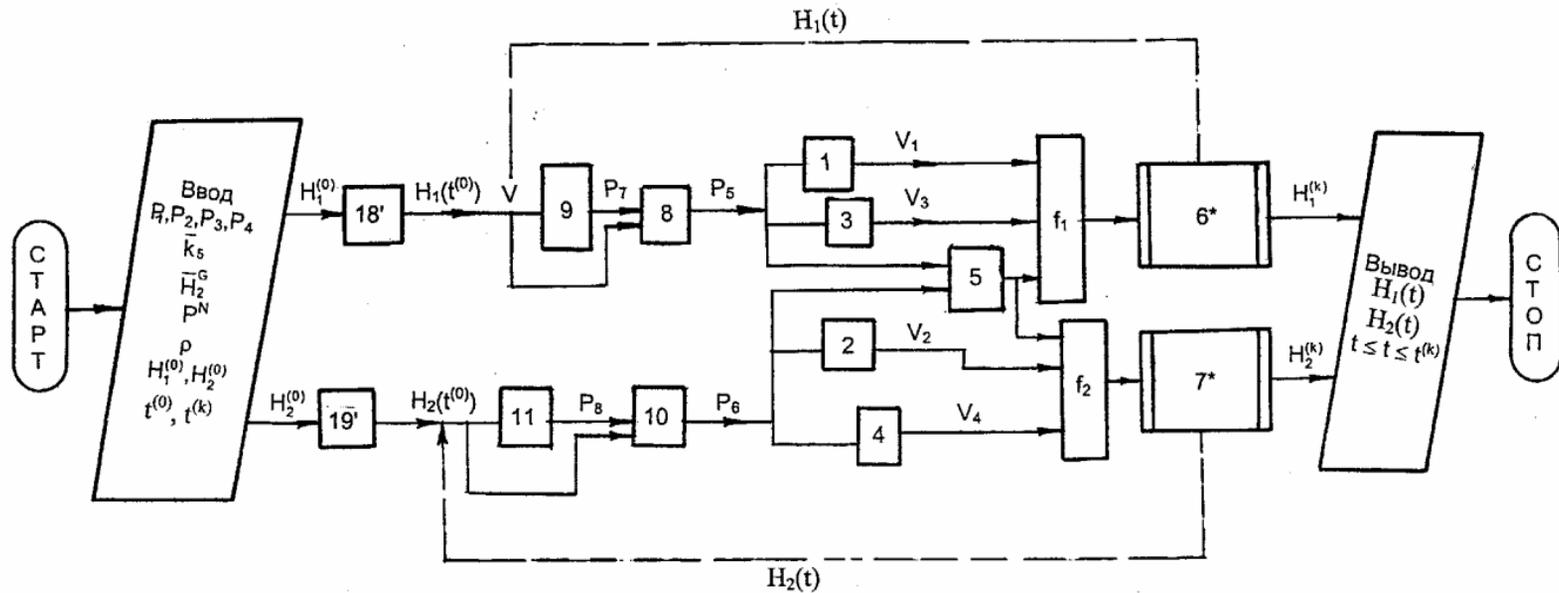


Рис. 5. Блок-схема алгоритма расчета нестационарного режима гидравлической системы, изображенной на рис. 1

Исходные данные для расчета базового варианта динамического режима гидравлической системы (рис.1) при заполнении двух емкостей представлены в табл.7. Компьютерная программа на языке Visual Basic Application (VBA), которая реализует изображенный на рис. 3 алгоритм расчета динамического режима, приведена в табл. 8.

На стр. 6 изображены динамические характеристики гидравлической системы (рис.1) при заполнении емкостей без нанесения возмущения и с возмущением на 1000-ом шаге интегрирования дифференциальных уравнений, что соответствует вполне определенному моменту времени.

Таблица 7

Исходные данные для расчета базового динамического режима гидравлической системы

| Динамика гидравлической системы | | | | | | |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------|------|------|------|--------------------------|-----|
| При загрузке системы рекомендуется прикрыть вентили в линиях связи емкостей (уменьшить коэф. пропуск. способ.) | | | | | | |
| Высота емкости | | | | | Площадь основ. Емкости | |
| 1-ой (м) = | 15 | | | | 1-ой (м ²) = | 1 |
| 2-ой (м) = | 10 | | | | 2-ой (м ²) = | 1 |
| Плотность (кг/м ³) = | 1000 | | | | Нач.давление (Мпа) = | 0.1 |
| Давление (1-4) /Мпа/ = | 1.5 | 2 | 0.2 | 0.5 | | |
| Коэф. проп. способности (1-5) = | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | 0.01 | |
| Нач. условия x0,y0(1),y0(2) = | 0 | 0 | 0 | | | |
| число шагов, шаг,кратн. вывода = | 1000 | 1 | 100 | | | |
| Промеж. вывод. 0-нет, 1-частич, 2-полный = | 0 | | | | | |
| Вывод результата. 0-нет,1-частич,2-полный = | 1 | | | | | |

Счет

Продолжить счет

Таблица 8

Компьютерная программа на языке VBA для расчета динамического режима гидравлической системы

```

Модуль11 - 1

Option Explicit
Option Base 1
Public culc As Integer
Const m As Byte = 2 'Количество решаемых ОДУ
Const np% = 8, nk% = 5, nv% = 11, g! = 9.8
Public del! 'шаг
Private k!
Private y0!(m), x0! 'Начальное значение
Private n% 'Число шагов
Private kv% 'Кратность вывода
Private x1!, y1!(m), i%
Private ki!, ki1!, ki2!, vm!(nk), v!(nk), ak!(nk), p!(np)
Private hg!(m), h!(m), s!(m), pr!(m), ro!, pn!, x!, ipr%, ipr1%
' Используем стандартную функцию sgn(a), которая возвращает (-1)<a<0 (1)>a>0 (0)=0
Sub dydx(x As Single, y() As Single, pr!())
'Расчет производных для текущих(pr) x,y
Dim j%
For j = 1 To m: h(j) = y(j): Next j
p(7) = pn * hg(1) / (hg(1) - h(1)): p(8) = pn * hg(2) / (hg(2) - h(2))
p(5) = p(7) + ro * g * h(1) * 0.000001: p(6) = p(8) + ro * g * h(2) * 0.000001
v(1) = ak(1) * Sgn(p(1) - p(5)) * Sqr(Abs(p(1) - p(5)))
v(3) = ak(3) * Sgn(p(5) - p(3)) * Sqr(Abs(p(5) - p(3)))
v(5) = ak(5) * Sgn(p(5) - p(6)) * Sqr(Abs(p(5) - p(6)))
v(2) = ak(2) * Sgn(p(2) - p(6)) * Sqr(Abs(p(2) - p(6)))
v(4) = ak(4) * Sgn(p(6) - p(4)) * Sqr(Abs(p(6) - p(4)))
pr(1) = (v(1) - v(3) - v(5)) / s(1): pr(2) = (v(2) + v(5) - v(4)) / s(2)
For j = 1 To 5: vm(j) = v(j) * ro: Next j
With Worksheets("Лист2")
If ki > 0 And ki < 3 Then
If ki = 2 Then
.Cells(ipr, 1) = i: .Cells(ipr, 2) = "p(5-7)": .Cells(ipr, 6) = "vm"
.Cells(ipr, 3) = p(5): .Cells(ipr, 4) = p(6): .Cells(ipr, 5) = p(7)
.Cells(ipr, 7) = vm(1): .Cells(ipr, 8) = vm(2): .Cells(ipr, 9) = vm(3)
.Cells(ipr, 10) = vm(4): .Cells(ipr, 11) = vm(5): ipr = ipr + 1
End If
.Cells(ipr, 2) = "x": .Cells(ipr, 4) = "y(1-2)": .Cells(ipr, 7) = "pr(1-2)"
.Cells(ipr, 3) = x: .Cells(ipr, 5) = y(1): .Cells(ipr, 6) = y(2)
.Cells(ipr, 8) = pr(1): .Cells(ipr, 9) = pr(2): ipr = ipr + 1
End If
If ipr = 180 Then ipr = 1
End With
End Sub

Sub step(x As Single, y() As Single, del As Single, x1 As Single, y1() As Single)
'Шаг интерпретирования по X и Y расчет X1 и Y1
Dim y12!(m), j%
Call dydx(x, y, pr)
For j = 1 To m: y12(j) = y(j) + del * pr(j) / 2: Next j
Call dydx(x + del / 2, y12, pr): x1 = x + del
For j = 1 To m: y1(j) = y(j) + del * pr(j): Next j
End Sub

Public Sub gidra()
Dim j%, contr As String
Static x0s!, y0s!(2)
ipr = 1: ipr1 = 1
With Worksheets("Лист1")
hg(1) = .Cells(4, 5): hg(2) = .Cells(5, 5): s(1) = .Cells(4, 9): s(2) = .Cells(5, 9)
ro = .Cells(6, 5): pn = .Cells(6, 9)
' Давление (1-4) /Мпа/
For i = 1 To 4: p(i) = .Cells(8, i + 4): Next i
' Коэф. пропускной способности (1-5)
For i = 1 To 5: ak(i) = .Cells(9, i + 4): Next i
' Начальные условия x0,y0(1),y0(2)
x0 = .Cells(10, 5): y0(1) = .Cells(10, 6): y0(2) = .Cells(10, 7)
If culc = 4 Then x0 = x0s: y0(1) = y0s(1): y0(2) = y0s(2)
' Число шагов, шаг, кратность вывода
n = .Cells(11, 5): del = .Cells(11, 6): kv = .Cells(11, 7)
' Относительная локальная погрешность ( %) и Кратность шагов на вывод
ki1 = .Cells(12, 5): ki2 = .Cells(13, 5)
End With
Worksheets("Лист2").Activate
Cells.Select

```

Продложение табл. 8

Модуль11 - 2

```

Selection.Clear
Range("a1").Select
Worksheets("Лист3").Activate
Cells.Select
Selection.Clear
Range("a1").Select
For i = 1 To n
  ki = ki1: Call step(x0, y0, del, x1, y1): x0 = x1: x0s = x0
  For j = 1 To m: y0(j) = y1(j): y0s(j) = y0(j): Next j
  If (i \ kv) = (i / kv) Then
    If ki2 = 1 Then
      If ipr1 = 1 Then
        Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 1) = "x0"
        Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 2) = "y0(1)"
        Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 3) = "y0(2)": ipr1 = ipr1 + 1
      End If
      Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 1) = x0
      Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 2) = y0(1)
      Worksheets("Лист3").Cells(ipr1, 3) = y0(2)
      ipr1 = ipr1 + 1
    End If
    If ki2 = 2 Then ki = ki2: Call dydx(x0, y0, pr)
  End If
Next i
End Sub

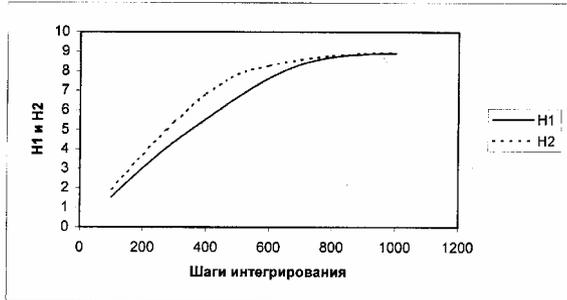
```

Исследование динамических характеристик гидравлической системы

Изменения высот жидкости в емкостях 1 и 2 в зависимости от времени при их заполнении

| t | H1 | H2 |
|------|----------|----------|
| 100 | 1.530252 | 1.922139 |
| 200 | 3.03161 | 3.727434 |
| 300 | 4.377634 | 5.393197 |
| 400 | 5.550172 | 6.837979 |
| 500 | 6.669939 | 7.833087 |
| 600 | 7.646502 | 8.284061 |
| 700 | 8.343405 | 8.575019 |
| 800 | 8.704096 | 8.78837 |
| 900 | 8.848709 | 8.90676 |
| 1000 | 8.901634 | 8.953721 |

Начальные условия
t=0 H1=0.0м H2=0.0м

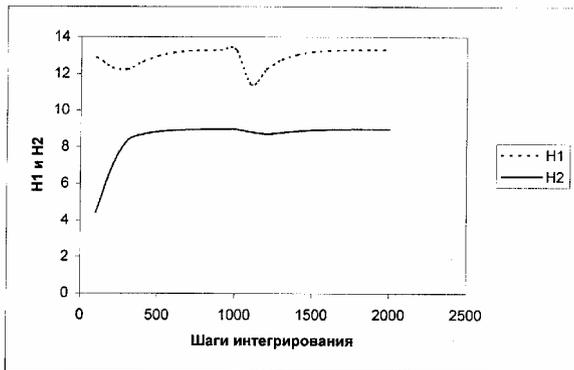


Геометрические размеры цилиндрических емкостей
HG1=10м HG2=10м
S1=1м² S2=1м²

Изменения высот жидкости в емкостях 1 и 2 в зависимости от времени при возмущениях в системе (H1=10 и H2=9.9) на 1000-ом шаге интегрирования

| t | H1 | H2 |
|------|----------|----------|
| 100 | 12.91274 | 4.427146 |
| 200 | 12.36145 | 6.858067 |
| 300 | 12.25809 | 8.324094 |
| 400 | 12.66141 | 8.682976 |
| 500 | 12.97761 | 8.827587 |
| 600 | 13.156 | 8.903642 |
| 700 | 13.24325 | 8.943449 |
| 800 | 13.28333 | 8.962505 |
| 900 | 13.3012 | 8.971148 |
| 1000 | 13.30904 | 8.974969 |
| 1100 | 11.40852 | 8.813951 |
| 1200 | 12.26012 | 8.720078 |
| 1300 | 12.78174 | 8.779689 |
| 1400 | 13.06084 | 8.8648 |
| 1500 | 13.19829 | 8.922729 |
| 1600 | 13.2629 | 8.952735 |
| 1700 | 13.29214 | 8.966756 |
| 1800 | 13.30507 | 8.973034 |
| 1900 | 13.31072 | 8.975793 |
| 2000 | 13.31319 | 8.976997 |

Начальные условия
t=0 H1=14.5м H2=1.5м



Геометрические размеры цилиндрических емкостей
HG1=15м HG2=10м
S1=1м² S2=1м²

Рис. 6. Динамические характеристики гидравлической системы: изменения высоты жидкости в емкостях при отсутствии и при наличии возмущений

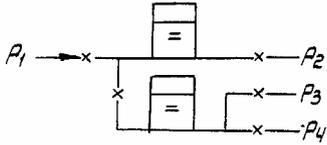
КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ

Для приведенных ниже вариантов простых гидравлических схем решить следующие задачи:

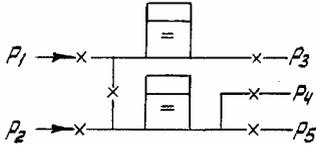
1. Задать направления движения потоков жидкости.
2. Составить систему уравнений математического описания гидравлических схем в стационарном и динамическом состоянии.
3. Построить информационную матрицу системы уравнений математического описания процессов движения жидкости для выбора моделирующего алгоритма.
4. Построить блок-схему алгоритма расчета гидравлической системы в стационарном и динамическом режимах.
5. Проанализировать параметрическую чувствительность полученных статических и динамических моделей, а также провести исследование статических и динамических характеристик компьютерной модели процесса.

Варианты гидравлических систем

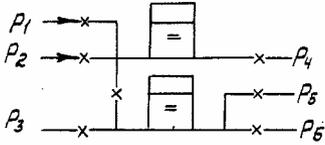
Вариант 1



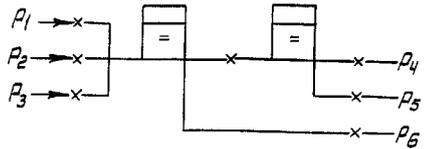
Вариант 3



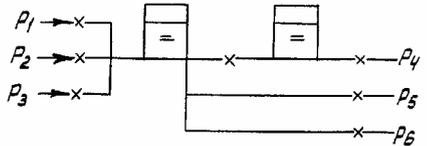
Вариант 5



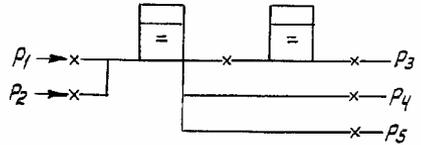
Вариант 2



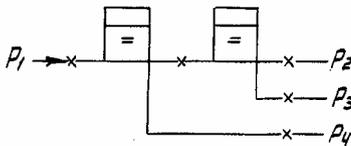
Вариант 4



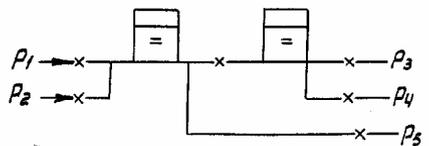
Вариант 6



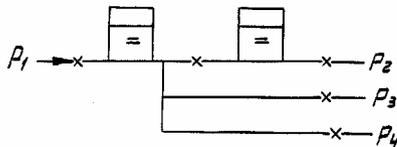
Вариант 7



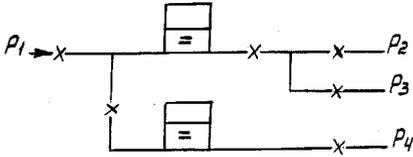
Вариант 8



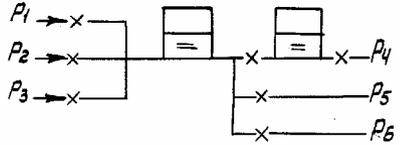
Вариант 9



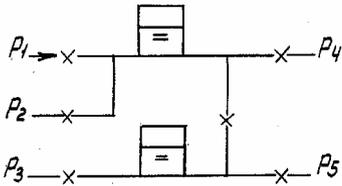
Вариант 10



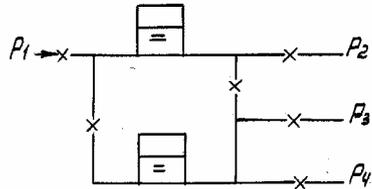
Вариант 11



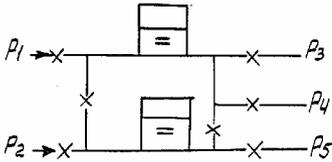
Вариант 12



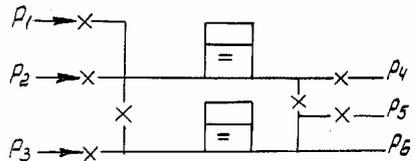
Вариант 13



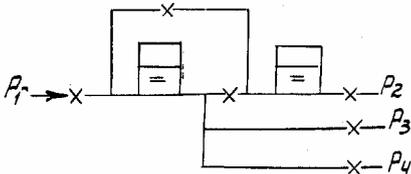
Вариант 14



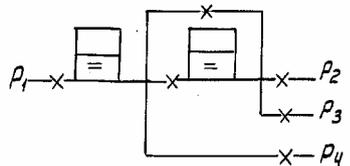
Вариант 15



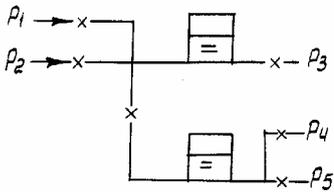
Вариант 16



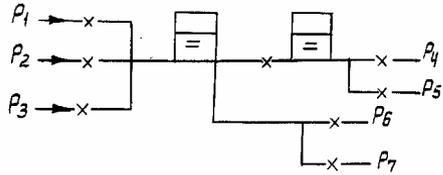
Вариант 17



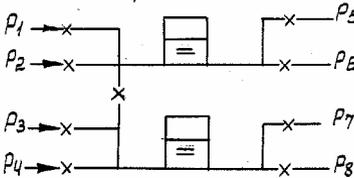
Вариант 18



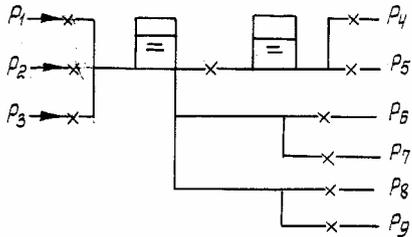
Вариант 19



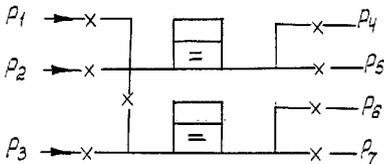
Вариант 20



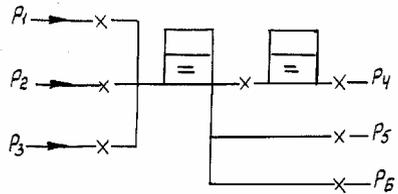
Вариант 21



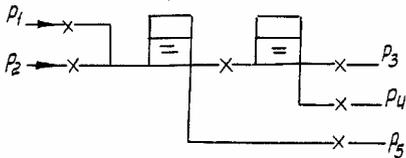
Вариант 22



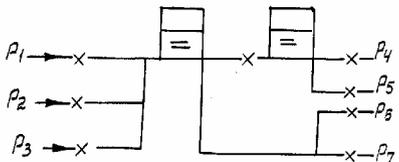
Вариант 23



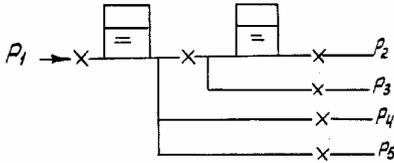
Вариант 24



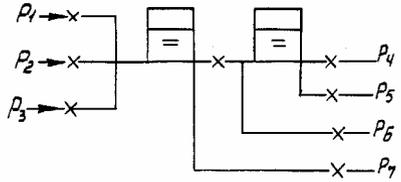
Вариант 25



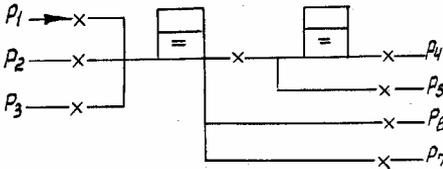
Вариант 26



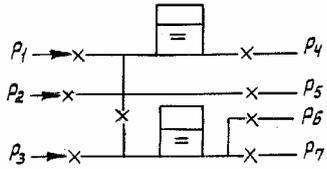
Вариант 27



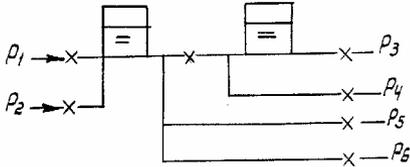
Вариант 28



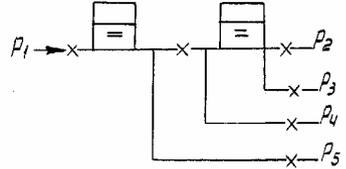
Вариант 29



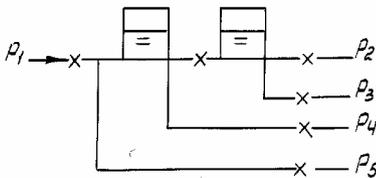
Вариант 30



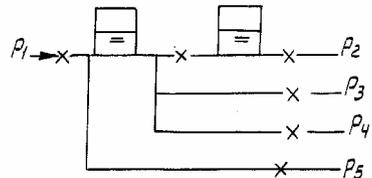
Вариант 31



Вариант 32



Вариант 33



ВОПРОСЫ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ

1. Что надо понимать под компьютерной моделью реального процесса и компьютерным моделированием?
2. Как строится компьютерная (математическая) модель?
3. Как проверяется адекватность модели?
4. С какой целью решаются задачи структурной и параметрической идентификации при компьютерном моделировании?
5. Почему при построении алгоритмов решения задач рекомендуется использовать метод математической декомпозиции?
6. Как и с какой целью строится информационная матрица системы уравнений математического описания?
7. Принципы построения блок-схем алгоритмов расчетов и основные обозначения при этом?
8. Какие методы решения уравнений с одной неизвестной Вам известны и чем они отличаются друг от друга?
9. Чем отличаются явные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений от неявных?
10. Какие явные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений Вам известны?
11. Как влияет шаг интегрирования на результат решения обыкновенного дифференциального уравнения?
12. Что обозначает кратность вывода при решении обыкновенного дифференциального уравнения?
13. Каковы условия окончания итерационного процесса решения одного уравнения?
14. Зачем рекомендуется отделять корни при решении уравнения с одной неизвестной?
15. Какие действия следует предпринять, если при решении уравнения с одной неизвестной нет сходимости?
16. Как провести анализ параметрической чувствительности компьютерной модели?
17. Как построить статические и динамические характеристики при компьютерном моделировании?
18. С какой целью проводится анализ параметрической чувствительности модели и как строятся его статические и динамические характеристики?
19. Какие основные допущения принимаются при компьютерном моделировании простой гидравлической системы?
20. Как описывается движение потока жидкости через клапан?
21. Как описывается процесс заполнения закрытой емкости жидкостью?
22. С какой целью и как проводится анализ системы уравнений математического описания?

23. Как определяется число степеней свободы системы уравнений математического описания?

24. Как выбираются переменные (определяемые переменные) относительно которых будет решаться система уравнений математического описания?

25. Как выбираются стандартные численные математические алгоритмы для включения в компьютерную программу расчета простых гидравлических систем?

ЛИТЕРАТУРА

1. Кафаров В.В., Глебов М.Б. Математическое моделирование основных процессов химических производств. М.: Высшая школа.-1991.-400 с.

2. Ахназарова С.Л., Кафаров В.В. Оптимизация эксперимента в химии и химической технологии. М.: Высшая школа.-1978.-319 с.

3. Бояринов А.И., Кафаров В.В. Методы оптимизации в химической технологии. М.: Химия.-1975.-576 с.

4. Скобло А.И., Трегубова И.А., Молоканов Ю.К. Процессы и аппараты нефтеперерабатывающей и нефтехимической промышленности.-2-ое издание. М.: Химия.-1982.-584 с.

5. Гартман Т.Н., Епишкин А.П., Шакина Э.А. Вычислительная математика для химико-технологических специальностей: Методические указания теоретический курс и контрольные задания для студентов-заочников вузов.-М.: Высшая школа.-1984.-112 с.

6. Косарев В.И. 12 лекций по вычислительной математике (вводный курс). Учебн. пособие для вузов. Изд. 2-е, испр. и доп.-М.:Изд-во МФТИ.-2000.-224 с.

7. Самоучитель VBA. как это делается в Word, Excel, Access.-СПб.: Изд-во Наука и Техника, 2001.-490 с.

Гартман Т.Н., Калинин В.Н., Артемьева Л.И.

Компьютерное моделирование простых гидравлических систем / Под общей редакцией д-ра техн. наук Т.Н. Гармана.-М.:РХТУ им. Д.И. Менделеева, 2002.- 40 с.

Редактор

Рыбкина О.А.

Компьютерная верстка

Рябова Г.Н.

Корректор

Петрова Г.А.

Подписано в печать с оригинал-макета

формат 60х90 1/16. Печ. л.

Тираж 600 экз.

Лицензия ИД № 04426 от 03.04.2001

Типография "Нефтяник"

Адрес типографии 119071, г. Москва, Малая Калужская, д. 15, строение 17

Заказ № _____

